

MATEMATICKÉ METÓDY PLÁNOVANIA A VYHODNOCOVANIA EXPERIMENTU

ZS 2025/2026

- organizačné pokyny
- požiadavky na získanie skúšky z MMPVE
- motivačný príklad

MMPVE_2025

➤ web stránka: www.mmpve.mtf.stuba.sk

➤ ais:

– Dokumentový server – literatúra

1. Kotianová J.: *Matematické metódy plánovania a vyhodnocovania experimentu*. Trnava: AlumniPress, 2025
2. Tóthová M., Kotianová J.: *Matematické metódy plánovania a vyhodnocovania experimentu*. Trnava: Alumni, 2015
3. PALUMBÍNY, O. : *Matematické metódy plánovania a vyhodnocovania experimentu*. Trnava : AlumniPress, 2009

– E-osnova predmetu

1. súbory k cvičeniam v Exceli a Minitabe;
2. priebežné dopĺňanie obsahu skript: DOE, testovanie hypotéz, LOF, vzorové riešenie k semestrálnej práci, ...
3. vzorový test – testové otázky

➤ komunikácia online formou: janette.kotianova@stuba.sk

Skriptá v aise

Vyhľadavanie v DS

DS

Strom dokumentov

Všetky moje pri

Nastavenie DS

Vyhľadavanie

Tu môžete vyhľadávať dokumenty, na dokumenty, ktoré vložil konkrétny použiť jednu obmedzujúcu podmienku, aby vyhľ

Výsledok hľadania pre zadané obmedzen

Názov dokumentu obsahuje reťazec: ma

Počet nájdených dokumentov: 3

Nasledujúca tabuľka zobrazuje nájdené d

Priečinok	Názov
-----------	-------

Skriptá	Palumbíny O.: Matematické
---------	---------------------------

Skriptá	Palumbíny O.: Matematické
---------	---------------------------

Skriptá	Tóthová M., Kotianová J.: Matematické metódy plánovania a vyhodnocovania experimentu.
---------	---

EDÍCIA SKRÍPT

MATEMATICKÉ METÓDY PLÁNOVANIA A VYHODNOCOVANIA EXPERIMENTU

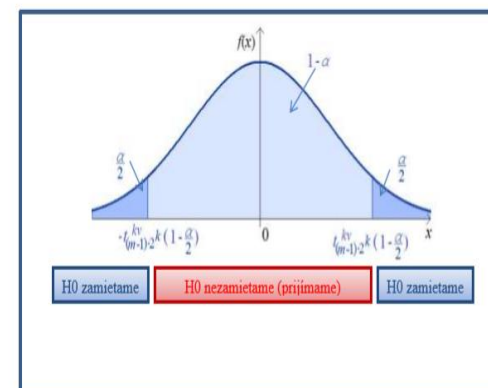
Janette Kotianová

STU
MTF
SLOVENSKÁ TECHNICKÁ
UNIVERZITA V BRATISLAVE
MATERIÁLOVOTECHNICKÁ
FAKULTA SO SÍDLOM V TRNAVE

ALUMNIPRESS
2025

MATEMATICKÉ METÓDY PLÁNOVANIA A VYHODNOCOVANIA EXPERIMENTU

TÓTHOVÁ Mária
KOTIANOVÁ Janette



2015

STU
MTF

SLOVENSKÁ TECHNICKÁ
UNIVERZITA V BRATISLAVE
MATERIÁLOVOTECHNICKÁ
FAKULTA SO SÍDLOM V TRNAVE

Excelovské súbory na cvičenia a doplňujúce materiály v aise

Portál študenta

Štúdium [MTF I-... den [sem 1, roč 1] ▼] obdobie [ZS 2020/2021 - MTF ▼] [Vybrať]

Moje štúdium
E-osnovy predmetov

E-index
Rozpisy tém

Mojí spolužiaci
Miesta odovzdania

Informácie o mojom štúdiu
Kontrola plánu

Mapa mojich štúdií
List záznamníka učiteľa

eLearningové osnovy

eLearningová osnova predstavuje súhrn aktivít, ktoré by mal študent u daného predmetu počas štúdia riešiť alebo absolvovať. Môže sa jednať napr. o štúdium eLearningovej podpory alebo napísanie cvičného testu. Jednotlivé aktivity môžu byť v osnove zobrazované postupne v závislosti na čase potrebnom k zvládnutiu každej aktivity, alebo sú dostupné samostatne bez nadväznosti.

V tabulke sú uvedené všetky eLearningové osnovy, ku ktorým máte prístup. Kliknutím na ikonu "Vstup" zobrazíte jednotlivé aktivity v osnove. Odkazom "Štatistiky" zobrazíte informácie o Vašich akciách vo vybranej osnove.

Názov predmetu	Názov osnovy	Založil	Založené	Podrobnosti	Štatistiky	Vstup
Matematické metódy plánovania a vyhodnocovania experimentov	dokumenty pre priebežné hodnotenie a skúšku	Kotianová	16.09.2020			
	príklady z prednášok	Kotianová	16.09.2020			
	súbory na cvičenia v Exceli	Kotianová	16.09.2020			
	vzorový test	Kotianová	16.09.2020			

Základný modul

- požiadavky na získanie skúšky
- hlavička k priebežnej písomke_NP
- vzorové príklady zo spojitaj náhodnej premennej
- vybrané vzorce povolené na skúškovú písomku

subory na cvičenia v Exceli

- LA
- priemer
- kombinatorika
- pravdepodobnosť
- nahodna premenna

Základný modul

- vzorový test
Dostupnosť: 21. 09. 2020 09:02–07. 07. 2021 23:59

Prístup k vzorovému testu v aise

Moje štúdium
E-osnovy predmetov

E-index
Rozpisy tém

Moji spolužiaci
Miesta odovzdania

Informácie o mojom štúdiu
Kontrola plánu

Mapa mojich štúdií
List záznamníka učiteľa

eLearningová osnova vzorový test

Vo výpise sú zobrazené všetky aktivity jednotlivých modulov v osnove vzorový test. Kliknutím na názov alebo ikonu aktivity zobrazíte jej obsah. Pomocou nasledujúcich menu môžete zobrazovať jednotlivé moduly a aktivity. Pokiaľ má osnova nastavené spätné prehliadanie aktivít, môžete prebehnuté aktivity zobraziť zatrhnutím položky "všetky ukončené" v prvom menu. Podobne zobrazíte aktivity, ktoré ešte nie sú aktívne, použite voľbu "všetky neprebehnuté". Znova musí byť táto možnosť nastavená správcom osnovy, preto tieto voľby nemusia byť dostupné. Zvýraznené aktivity (tučným písmom a výkričníkom) by mali všetci študujúci splniť.

Vybrať modul: Obmedziť na aktivity: Typ zobrazenia:

Základný modul

 **vzorový test_samostatné otázky**

↖ Test možno spúšťať neobmedzene.
Obsahuje príklady z databázy úloh, ktoré sú typovo podobné úlohám v skúškovom teste.

Hodnotenie MMPVE – rozdelenie bodov:

Semester – nie je stanovená minimálna hranica počtu získaných bodov

- písomka zo spojitej náhodnej premennej (20 bodov)
- semestrálna práca z DOE (50 bodov)
 - ✓ V semestrálnych prácach sa požaduje riešenie vlastného navrhnutého problému podľa špecifikácie zadania, interpretácia výstupov softvéru.
 - ✓ Nedodržanie termínu odovzdania práce na cvičení bude penalizované 2 bodmi za každý týždeň oneskorenia.
 - ✓ Semestrálna práca musí byť odovzdaná min 5 dní pred skúškou.
 - ✓ Pri rovnakých alebo podobných verziách semestrálnych prác bude celkový počet získaných bodov delený počtom zistených kópií.
- doplňujúce zadania (30 bodov)

Skúška – potrebné dosiahnuť minimálne 56% úspešnosť v teste

- eTest (30 bodov) – test je zameraný na pochopenie pojmov, metód a použitie dostupných vzorcov
- obhajoba odovzdanej semestrálnej práce

Hodnotenie MMPVE podľa klasifikačnej stupnice:

92 – 100 bodov	známka A;
83 – 91 bodov	známka B;
74 – 82 bodov	známka C;
65 - 73 bodov	známka D;
56 - 64 bodov	známka E;
0 – 55 bodov	známka FX

Podmienkou získania skúšky z MMPVE je minimálne
56% úspešnosť v eTeste na skúške!

Motivačný príklad 1:

Problém: V podniku vyrábajú kancelárske spinky. Zákazníci sa sťažujú na malý počet možných ohybov – spinky rýchlo praskajú. Pracovník, zodpovedný za kontrolu kvality, má nedostatky v čo najkratšom čase a s minimálnymi nákladmi vyriešiť (zdroj web).

Riešenie DOE:

Po dohode s výrobou je navrhnutý úplný dvojúrovňový faktorový plán experimentu pre vybrané tri faktory, t.j. plán 2^3 .

Z časových dôvodov bol zrealizovaný najmenší počet meraní v každom bode, t.j. 2 merania.

Voľba faktorov a ich úrovní v experimente

Vybrané tri faktory:

- A – dodávateľ drôtu;
- B – veľkosť spinky;
- C – tepelné ošetrenie drôtu;

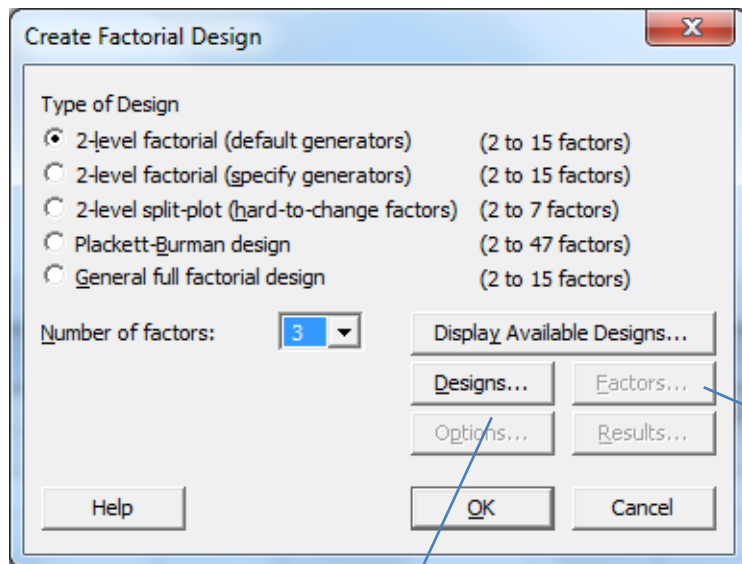
Dve úrovne faktorov:

- Dodávateľ drôtu – firma 1, firma 2;
- Veľkosť spinky – malá, veľká;
- Tepelné ošetrenie drôtu – áno, nie;

Návrh a štatistické vyhodnotenie experimentu je realizované v softvéri Minitab.

Nastavenie plánu experimentu v Minitabe

1



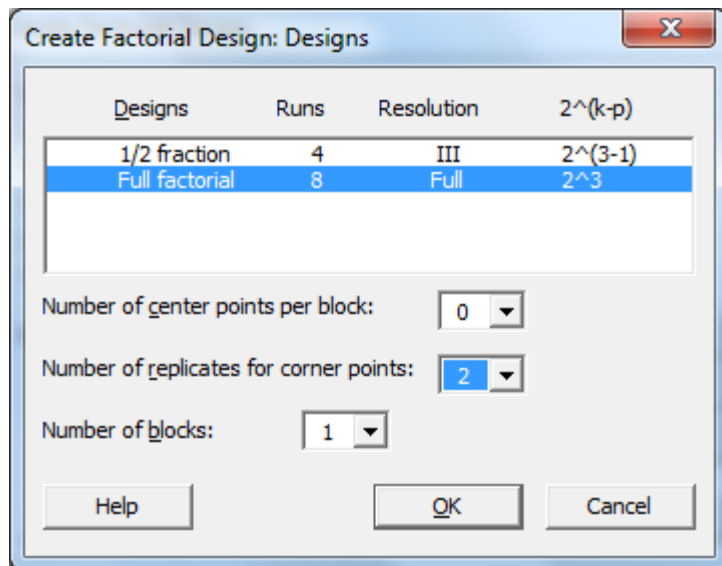
Create Factorial Design

Type of Design

- ☒ 2-level factorial (default generators) (2 to 15 factors)
- ☐ 2-level factorial (specify generators) (2 to 15 factors)
- ☐ 2-level split-plot (hard-to-change factors) (2 to 7 factors)
- ☐ Plackett-Burman design (2 to 47 factors)
- ☐ General full factorial design (2 to 15 factors)

Number of factors:

2



Create Factorial Design: Designs

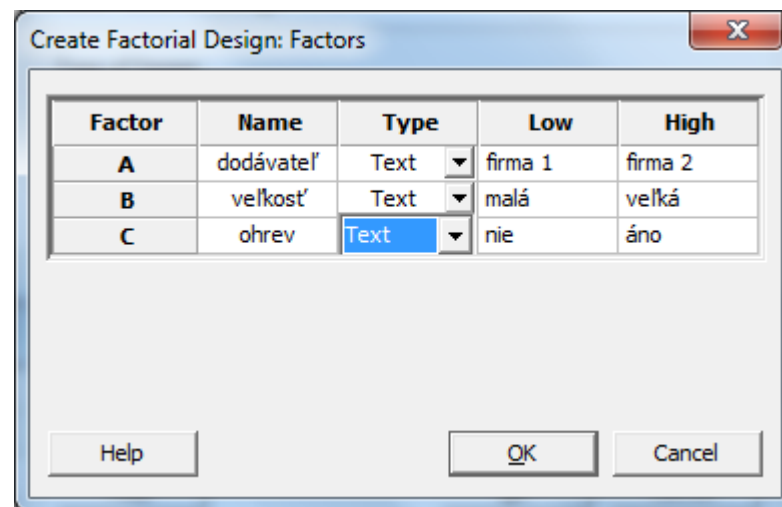
Designs	Runs	Resolution	$2^{(k-p)}$
1/2 fraction	4	III	$2^{(3-1)}$
Full factorial	8	Full	2^3

Number of center points per block:

Number of replicates for corner points:

Number of blocks:

3 Faktory a ich úrovne



Create Factorial Design: Factors

Factor	Name	Type	Low	High
A	dodávateľ	Text	firma 1	firma 2
B	veľkosť	Text	malá	veľká
C	ohrev	Text	nie	áno

4 Options

Session

Design Table

Run	A	B	C
1	-	-	-
2	+	-	-
3	-	+	-
4	+	+	-
5	-	-	+
6	+	-	+
7	-	+	+
8	+	+	+
9	-	-	-
10	+	-	-

Časť vygenerovaného plánu experimentu v kódovaných hodnotách.

Create Factorial Designs: Options

Fold Design

☒ Do not fold

☐ Fold on all factors

☐ Fold just on factor:

☐ Randomize runs

Base for random data generator:

☒ Store design in worksheet

Fraction

☐ Use principal fraction

☐ Use fraction number:

Help OK Cancel

Worksheet 2 ***

↓	C1	C2	C3	C4	C5-T	C6-T	C7-T	C8
	StdOrder	RunOrder	CenterPt	Blocks	dodávateľ	veľkosť	ohrev	
4	4	4	1	1	firma 2	veľká	nie	
5	5	5	1	1	firma 1	malá	áno	
6	6	6	1	1	firma 2	malá	áno	
7	7	7	1	1	firma 1	veľká	áno	
8	8	8	1	1	firma 2	veľká	áno	
9	9	9	1	1	firma 1	malá	nie	
10	10	10	1	1	firma 2	malá	nie	
11	11	11	1	1	firma 1	veľká	nie	
12	12	12	1	1	firma 2	veľká	nie	

Časť vygenerovaného plánu experimentu v pôvodných hodnotách faktorov, do ktorého je potrebné zadať namerané hodnoty v naplánovaných bodoch.

Minitab - spinky.MPJ

File Edit Data Calc Stat Graph Editor Tools Window Help Assistant

Worksheet1 ***

↓	C1	C2	C3	C4	C5-T	C6-T	C7-T	C8 ☒	C9
	StdOrder	RunOrder	CenterPt	Blocks	dodávateľ	veľkosť	ohrev	ohyb	
1	1	1	1	1	firma 1	malá	nie	9	
2	2	2	1	1	firma 2	malá	nie	21	
3	3	3	1	1	firma 1	veľká	nie	16	
4	4	4	1	1	firma 2	veľká	nie	12	
5	5	5	1	1	firma 1	malá	áno	21	
6	6	6	1	1	firma 2	malá	áno	17	
7	7	7	1	1	firma 1	veľká	áno	22	
8	8	8	1	1	firma 2	veľká	áno	18	
9	9	9	1	1	firma 1	malá	nie	7	
10	10	10	1	1	firma 2	malá	nie	10	
11	11	11	1	1	firma 1	veľká	nie	13	
12	12	12	1	1	firma 2	veľká	nie	5	
13	13	13	1	1	firma 1	malá	áno	15	
14	14	14	1	1	firma 2	malá	áno	21	
15	15	15	1	1	firma 1	veľká	áno	26	
16	16	16	1	1	firma 2	veľká	áno	18	

Doplnené namerané hodnoty v napláňovaných bodoch plánu experimentu.

Výstup štatistickej analýzy

Session

Term	Effect	Coef	SE Coef	T-Value	P-Value	VIF
Constant		15,688	0,990	15,84	0,000	
dodávateľ	-0,875	-0,438	0,990	-0,44	0,670	1,00
veľkosť	1,125	0,563	0,990	0,57	0,586	1,00
ohrev	8,125	4,063	0,990	4,10	0,003	1,00
dodávateľ*veľkosť	-5,125	-2,563	0,990	-2,59	0,032	1,00
dodávateľ*ohrev	-1,625	-0,813	0,990	-0,82	0,436	1,00
veľkosť*ohrev	1,375	0,688	0,990	0,69	0,507	1,00
dodávateľ*veľkosť*ohrev	1,625	0,813	0,990	0,82	0,436	1,00

O štatisticky významných faktoroch a ich interakciách možno rozhodnúť pomocou p-hodnoty.

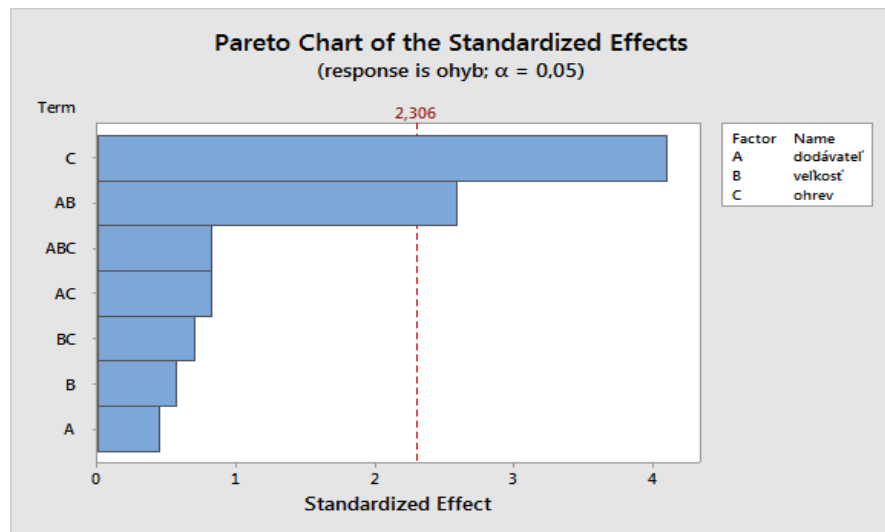
Regression Equation in Uncoded Units

rovnica regresnej funkcie

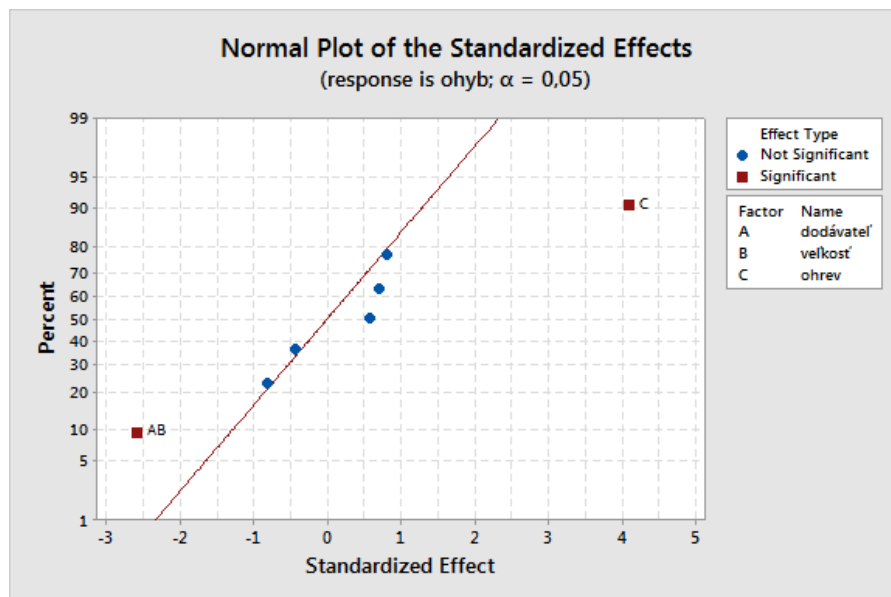
ohyb = 15,688 - 0,438 dodávateľ + 0,563 veľkosť + 4,063 ohrev - 2,563 dodávateľ*veľkosť - 0,813 dodávateľ*ohrev + 0,688 veľkosť*ohrev + 0,813 dodávateľ*veľkosť*ohrev

8	8	8	1	1	firma 2	veľká	áno	18	18,0
9	9	9	1	1	firma 1	malá	nie	7	8,0
10	10	10	1	1	firma 2	malá	nie	10	15,5
11	11	11	1	1	firma 1	veľká	nie	13	14,5
12	12	12	1	1	firma 2	veľká	nie	5	8,5
13	13	13	1	1	firma 1	malá	áno	15	18,0

Grafické riešenie



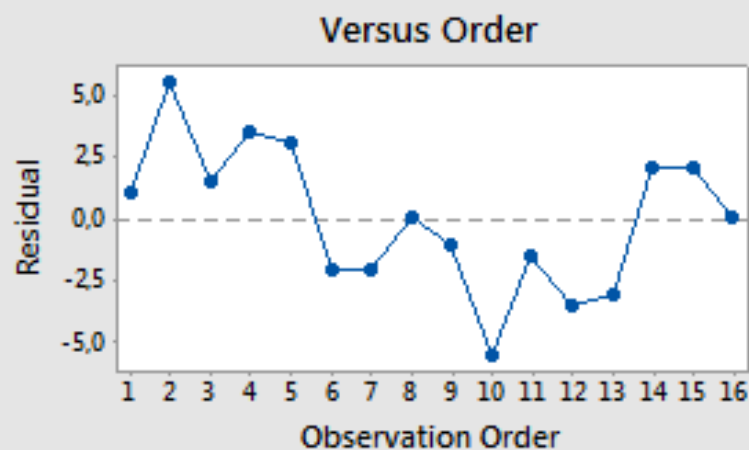
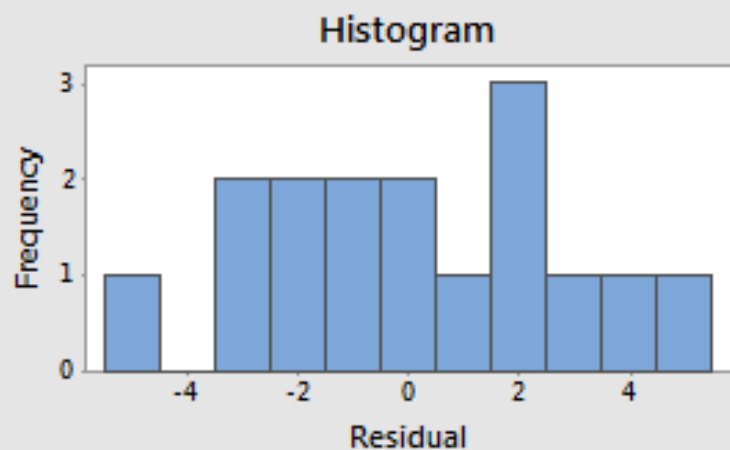
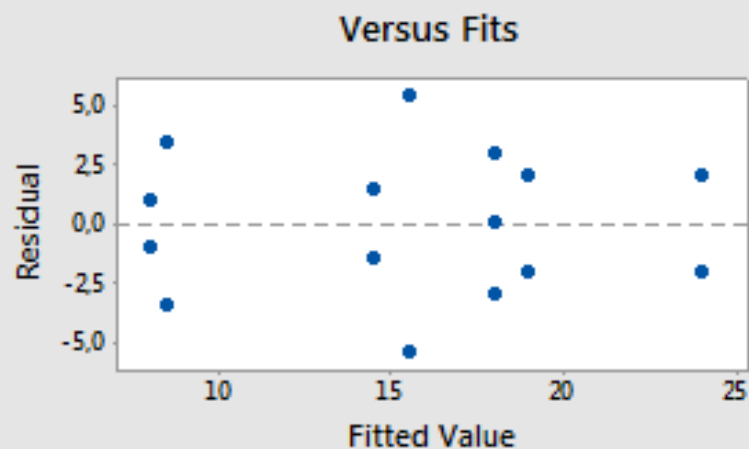
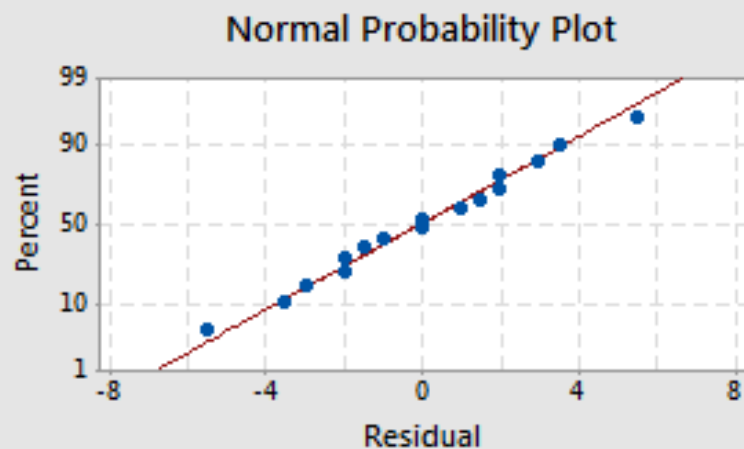
Pareto graf



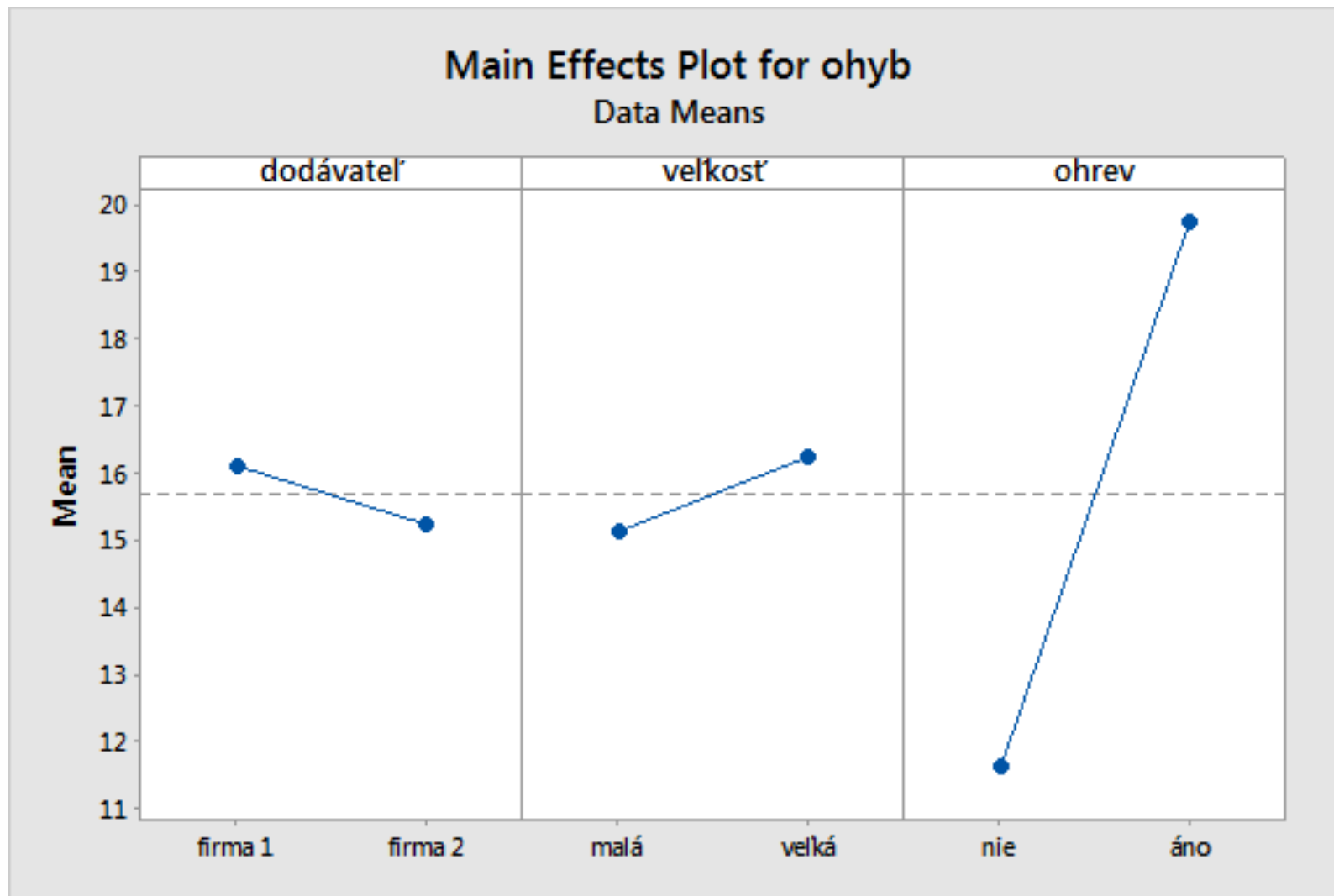
Normálny pravdepodobnostný graf

Grafická kontrola reziduí

Residual Plots for ohyb

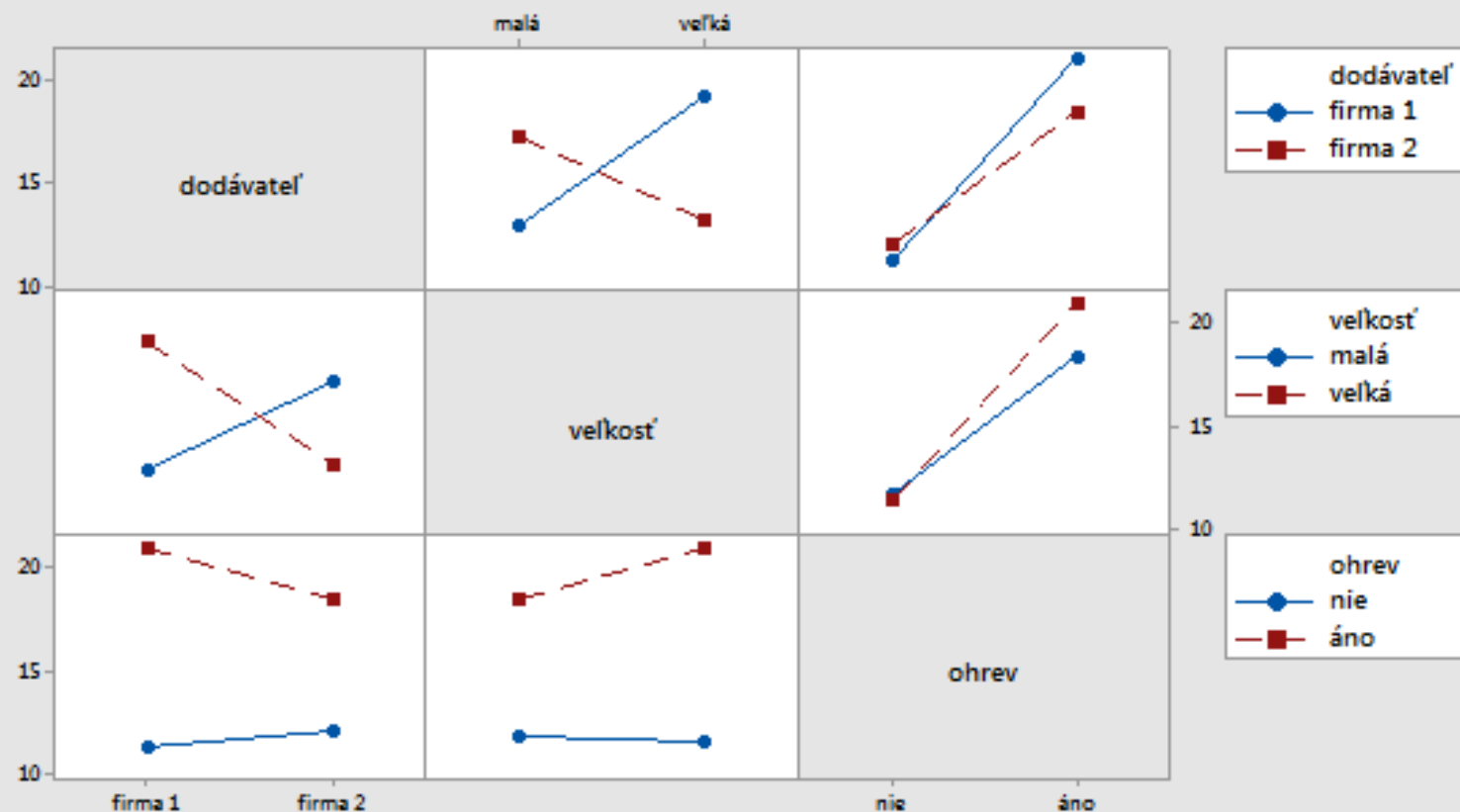


Graf hlavných efektov faktorov



Graf interakcií faktorov

Interaction Plot for ohyb
Data Means



Vyhodnotenie experimentu

Záver:

- z troch navrhnutých faktorov má štatisticky významný vplyv na počet ohybov skúmaných spiniek iba jeden faktor – ohrev;
- z možných interakcií má na životnosť spinky štatisticky významný vplyv interakcia dodávateľ*veľkosť

Doporučenia:

- zásadne kupovať drôt, ktorý je tepelne ošetrený;
- žiadna z oboch firiem dodávajúcich drôt nie je vo všeobecnosti lepšia, ale drôt na malé spinky treba nakupovať vždy u firmy 2 a drôt na veľké spinky treba nakupovať u firmy 1

Motivačný príklad 2:

Cieľom výskumu bolo kvantifikovať účinky nastavenia odporového bodového zvárania (RSW) na rôzne zváracie vlastnosti dvojfázovej ocele (zdroj web).

Parametre RSW týkajúce sa viacerých vlastností zvaru (polomer hrúbka a objem nugetu, polomer HAZ) boli skúmané v rámci čiastočného plánu experimentu:

A - intenzita elektrického prúdu, B - čas zvárania, C - hrúbka plechu, D - polomer steny elektródy, E - stláčacia sila.

Zvolené faktory a ich úrovne:

Table 1
Varying parameters and their levels considered for the finite element simulations.

Factor	Process parameter	Units	Min (level -1)	Mean (level 0)	Max (level 1)
A	Current intensity	kA	6	8	10
B	Welding time	cycles	10	20	30
C	Sheet thickness	mm	0.8	1.5	2.2
D	Electrode face radius	mm	2	3	4
E	Squeeze force	kN	2	3	4

Matica plánu experimentu doplnená nameranými hodnotami odoziev

Table 2
Design matrix layout and corresponding RSW simulation responses.

Sim. No.	Factors					Responses			
	A	B	C	D	E	Nugget radius (mm)	Nugget thickness (mm)	HAZ radius (mm)	Nugget volume (mm ³)
1	-1	-1	0	-1	0	1.75	1.31	3.1	9.4
2	-1	-1	0	0	1	0	0.00	3.35	0
3	-1	0	-1	1	-1	2	0.83	3.2	6.3
4	-1	0	1	0	0	1.85	1.58	3.8	11.7
5	-1	1	-1	-1	1	2	0.63	3.27	5.17
6	-1	1	1	1	-1	2.7	2.84	3.8	39.5
7	0	-1	-1	1	1	1.75	0.37	3.57	2.35
8	0	-1	1	1	0	2.35	2.16	3.8	24
9	0	0	0	0	-1	3.35	2.25	4.2	57.5
10	0	0	1	-1	1	3.22	3.85 ^a	3.95	125
11	0	1	-1	0	0	2.15	0.70	3.8	6.7
12	0	1	0	-1	-1	3.2	2.57 ^a	4.06	103.5
13	1	-1	-1	0	-1	3.25	1.5	3.8	29.5
14	1	-1	1	-1	-1	2.9	4.23	3.27	24
15	1	0	-1	-1	0	3.05	1.24	3.75	33.5
16	1	0	0	1	1	4.08	2.64	4.62	89
17	1	1	0	1	0	b	b	b	b
18	1	1	1	0	1	4.3	3.34	4.7	119

^a Expulsion.

Table 3

p-values from analysis of variance for different responses. Bold values are statistically significant, based on 95% confidence limit (p-value < 0.05).

Parameters	Nugget radius	Nugget thickness	HAZ radius	Nugget volume
A	0.0009	0.0013	0.0017	0.0003
B	0.0110	0.2523	0.0048	0.0037
C	0.0179	0.0003	0.0154	0.0008
D	0.1258	0.0070	0.0219	0.0174
E	0.0855	0.0289	0.2969	0.0109
A × D	0.0193	0.0379	–	0.0022

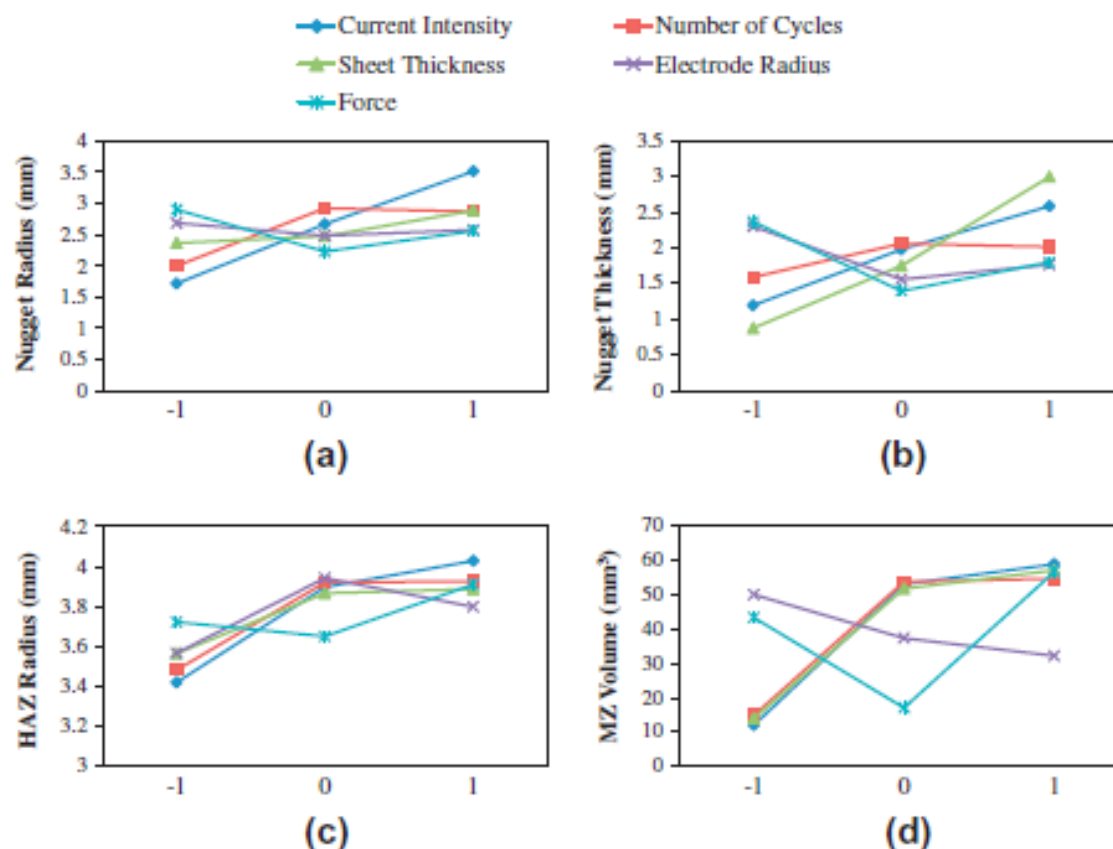


Fig. 9. Mean response variation of (a) nugget radius, (b) nugget thickness, (c) HAZ radius, and (d) MZ volume for various factors.

Z výstupu štatistickej analýzy je možné rozhodnúť, ktoré faktory sú štatisticky významné. Z grafov interakcií faktorov vieme nájsť optimálne nastavenie faktorov.

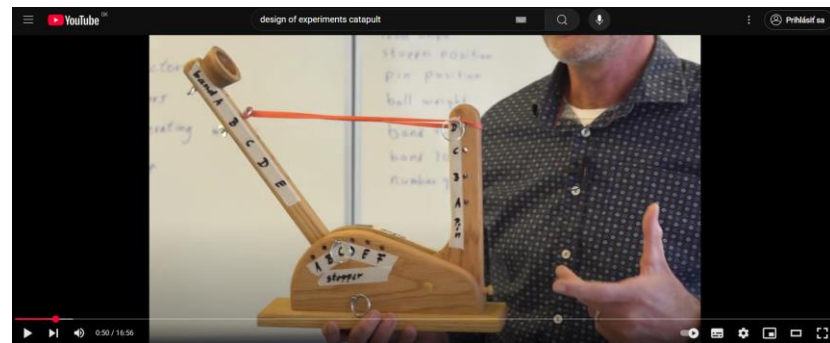
Motivačné príklady ostatné:

Design of Experiments (DOE) Specialization Overview by Dr. Montgomery

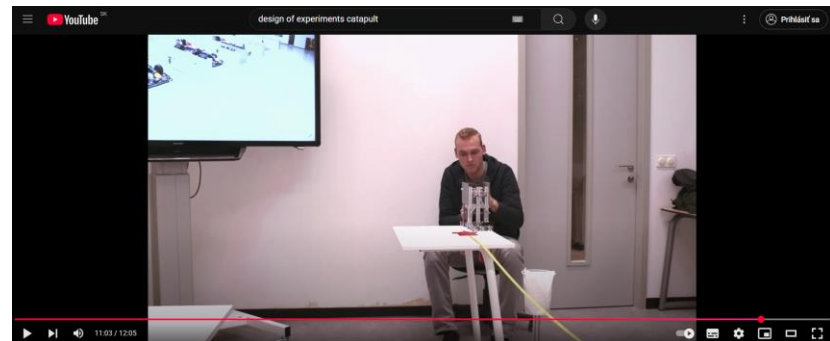


<https://www.youtube.com/watch?v=HReSn30C3o4>

Lean Six Sigma Catapult



<https://youtu.be/VhbbNkDathE?si=rOst-WbdD2FHnunW>



https://youtu.be/eusmFoxAgHc?si=DHTNMuJubwNMS_gW

Inšpirácia na semestrálnu prácu – príklady použitia DOE:

- cena motorky = $f(\text{vek motorky, počet najazdených km, výkon motora, počet majiteľov})$
- cena bytu = $f(\text{výmera obytnej plochy, výmera logie, počet izieb, vzdialenosť od centra})$
- pevnosť v ťahu = $f(\text{percento plniva, hrúbka frakcie, index toku})$
- merný tep. príkon = $f(\text{zváracie napätie, zvärací prúd, rýchlosť zvarovania})$
- dojazd el. autobusu = $f(\text{kapacita bat. boxov, počet bat. boxov, spotreba klimatizácie})$
- drsnosť = $f(\text{rýchlosť, posuv, hĺbka rezu})$
- životnosť rezných doštičiek = $f(\text{rezná rýchlosť, hĺbka rezu, posuv})$
- cena monitoru = $f(\text{uhlopriečka, obnovovacia frekvencia, rozlíšenie})$
- sila potrebná pri CNC obrábaní kovov = $f(\text{uhol, matrica, hrúbka kovovej platne})$
- teplota vody = $f(\text{objem, výkon mikrovlnky, čas})$
- životnosť brúsneho papiera = $f(\text{rezná rýchlosť, otáčky brúsneho vretena, hĺbka rezu})$
- rýchlosť zvarovania = $f(\text{priemer zv. drôtu, rýchlosť prúd. drôtu, prúd})$
- aktivita = $f(\text{prejdená vzdialenosť, tep, spotrebované kalórie})$
- rýchlosť bicykla = $f(\text{veľkosť kolies, hrúbka kolies, počet zubov rozety})$
- cena smartfónu = $f(\text{RAM, uhlopriečka, megapixely})$
- pretečený plyn = $f(\text{priemer elektródy, prúd, hrúbka})$
- pevnosť v ťahu = $f(\text{percento plniva, hrúbka frakcie, index toku})$
- čistý zisk z predaja = $f(\text{výrobné náklady, náklady na propagáciu, cena predaného výrobku, množstvo predaných výrobkov, investovanie do vývoja nových výrobkov})$
- množstvo materiálu pri 3D tlači = $f(\text{priemer trysky, teplota, rýchlosť})$
- 3D tlač: pevnosť v ťahu, doba tlače, presnosť rozmerov, drsnosť povrchu = $f(\text{teplota extrúdera, rýchlosť tlače, hrúbka vrstvy, výplňová hustota})$
- zvarovanie MAG = $f(\text{prietok, akt. plynu, prúd})$
- rýchlosť rezania = $f(\text{priemer kotúča, počet zubov, otáčky})$
- spotreba = $f(\text{veľkosť pneumatiky, šírka pneumatiky, tlak v pneumatike})$
- ťažnosť drôtu = $f(\text{teplota olova, expozičná doba v kúpeli, nosnosť vstupného materiálu})$

Prehľad tém preberaných počas semestra

- Kombinatorika
- Teória pravdepodobnosti
- Náhodná premenná a jej vybrané rozdelenia
- Štatistika deskriptívna a induktívna
- Regresná analýza
- Metodika DOE